

DOCENTES: Bruno Simões Gomes, Lucas José de Souza e Marinez Bronzatti

E-MAIL: Bruno (bruno-sgomes@educar.rs.gov.br); Lucas (lucas-jdsouza5@educar.rs.gov.br);
Marinez (marinez-bronzatti@educar.rs.gov.br)

ÁREA: Matemática

ITINERÁRIO FORMATIVO: TECNOLOGIA II

DISCIPLINA: Lógica Matemática

ANO: 2º **ATIVIDADE VI REFERENTE AO MÊS/PERÍODO DE:** Outubro/2021

TURMAS: 2º A, B, C, D, E, F, G e 2º N

ESTUDANTE: _____ **TURMA:** _____

Simbologia relacionada a arranjos simples

Para estudar arranjos vamos precisar determinar alguns símbolos e seus significados:

Fatorial:

10! (lê-se “dez fatorial”)

$$10! = 10 \times 9 \times 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1$$

fazendo os cálculos temos: $10! = 3.628.800$

$$8! = 8 \times 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 40.320$$

$$6! = 6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 720$$

$$3! = 3 \times 2 \times 1 = 6$$

Arranjo Simples:

n : trata-se do número **total** de elementos.

p : trata-se do número de **elementos do novo agrupamento** formado.

$A_{n,p}$ (lê-se “arranjo simples de n elementos tomados p a p ”).

Vejamos um exemplo com números:

$$A_{10,4}$$

Trata-se de um arranjo simples de 10 elementos tomados 4 a 4. Em outras palavras trata-se de um arranjo em que de um total de 10 elementos 4 serão selecionados, sem repetição, para formar um novo grupo.

ARRANJOS SIMPLES

Arranjo simples é um agrupamento formado sem repetições de elementos. A ordem dos elementos é importante/relevante.

Como calcular um arranjo simples:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!}$$

Exemplo: Quantas possibilidades de senhas são possíveis formar em um cofre que exige 4 dígitos numéricos distintos para ser destravado?

Trata-se de um agrupamento sem repetição, pois os 4 dígitos da senha devem ser distintos.

Qual o número total de elementos?

Como se tratam de dígitos numéricos, pode-se usar $\{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9\}$, ou seja, o total de opções de elementos é 10: $n = 10$.

Quantos elementos há no novo agrupamento?

Como a senha exige 4 dígitos, então o novo agrupamento será de 4 elementos: $p = 4$.

Assim, podemos construir a simbologia do arranjo simples, substituindo os valores de n e de p que determinamos:

$$A_{n,p} = A_{10,4}$$

Com isso, podemos calcular o número de possibilidades utilizando o conceito de arranjos:

$$A_{n,p} = \frac{n!}{(n-p)!} \rightarrow A_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!}$$

Agora vamos fazer os cálculos:

$$A_{10,4} = \frac{10!}{(10-4)!} = \frac{10!}{6!} =$$

$$\frac{10 \times 9 \times 8 \times 7 \times \cancel{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}}{\cancel{6 \times 5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1}} =$$

$$10 \times 9 \times 8 \times 7 = 5.040$$

Então concluímos que existem 5.040 combinações de senhas possíveis.

1) Em uma corrida com 11 atletas competindo pergunta-se: de quantos modos distintos podem ser conquistadas as medalhas de Ouro, Prata e Bronze?

a) 990

b) 1000

c) 720

d) 300

Cálculos:

2) Em uma pequena sala de projeção, há seis cadeiras, dispostas lado a lado, que serão ocupadas por quatro pessoas. De quantas maneiras distintas as pessoas podem ocupar estes lugares?

a) 24

b) 360

c) 420

d) 720

Cálculos:

3) De quantas maneira é possível acomodar quatro estudantes em uma sala com trinta classes?

a) 120

b) 4.650

c) 84.720

d) 657.720

Cálculos:

4) Uma família de 12 pessoas decide aproveitar as férias de fim de ano fazendo uma viagem em grupo. A família pretende partir do Rio Grande do Sul até a Itapema, em Santa Catarina de ônibus. Sabendo que há 15 lugares vazios no ônibus, de quantos modos a família pode ocupar os assentos?

a) $15! \cdot 12!$

b) $\frac{15!}{15! - 12!}$

c) $15!$

d) $\frac{15!}{3!}$

Cálculos:

5) Durante a aula de geografia uma estudante pretende pintar em um mapa as cinco grandes regiões do Brasil: Centro-Oeste, Nordeste, Norte, Sudeste e Sul. Sabendo que no estojo da estudante há dez lápis de cores diferentes e que cada região será pintada de uma cor, responda quantas maneiras distintas há para que este mapa seja colorido.

a) $10! \cdot 5!$

b) $\frac{10!}{10! \cdot 5!}$

c) $\frac{10!}{10! - 5!}$

d) 30.240

Cálculos:

ATENÇÃO!

Respostas sem cálculos serão consideradas erradas.

COMBINAÇÃO SIMPLES

n : trata-se do número **total** de elementos.

p : trata-se do número de **elementos do novo agrupamento** formado.

$C_{n,p}$ ou C_n^p ou $\binom{n}{p}$ (lê-se “combinação simples de n elementos tomados p a p ”).

Vejamos um exemplo com números:

$$C_{5,2} \text{ ou } C_5^2 \text{ ou } \binom{5}{2}$$

Trata-se de uma combinação simples de 5 elementos tomados 2 a 2. Em outras palavras trata-se de uma combinação em que de um total de 5 elementos 2 serão selecionados, sem repetição, para formar um novo grupo.

COMBINAÇÃO SIMPLES

Combinação simples é um agrupamento formado sem repetições de elementos. A ordem dos elementos **NÃO** é importante/relevante.

Em uma Combinação Simples mudar a ordem dos elementos **NÃO** cria novas possibilidades

Como calcular uma Combinação Simples:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}$$

Vejamos um exemplo!

Elari tem 5 anos e sua mãe é muito atenta com o consumo de doces, para não prejudicar a saúde da criança. Hoje depois do almoço Elari pode escolher dois doces como sobremesa, sua mãe oferecerá um pirulito, uma paçoca, um bombom, uma rapadura ou um torrone. De quantas maneiras Elari pode fazer a escolha?

Nesse problema não importa se Elari escolher primeiro o pirulito e depois a paçoca OU escolher primeiro a paçoca e depois o pirulito, em ambos os casos Elari comerá os mesmos dois doces (paçoca e pirulito). Ou seja... a ordem de escolha **NÃO** é importante/relevante.

Como a ordem dos elementos não importa, trata-se de uma combinação simples. Agora vamos para os cálculos:

Trata-se de um agrupamento sem repetição, pois a mãe de Elari ofereceu apenas um doce de cada tipo, isto é, não é possível escolher dois doces iguais.

Qual o número total de elementos?

Como a mãe de Elari vai oferecer um pirulito, uma paçoca, um bombom, uma rapadura ou um torrone, isso totaliza cinco opções de doce.

$$n = 5$$

Quantos elementos há no novo agrupamento?

Como Elari pode escolher somente dois dos doces, o “novo grupo” terá dois elementos.

$$p = 2$$

Assim, podemos construir a simbologia da Combinação Simples, substituindo os valores de n e de p que determinamos:

$$C_{n,p} = C_{5,2}$$

Com isso, podemos calcular o número de possibilidades utilizando a combinação:

$$C_{n,p} = \frac{n!}{p! \cdot (n-p)!}$$



$$C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!}$$

Agora vamos fazer os cálculos:

$$C_{5,2} = \frac{5!}{2! \cdot (5-2)!} = \frac{5!}{2! \cdot 3!}$$

$$\frac{5!}{2! \cdot 3!} = \frac{5 \times 4 \times \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1}{2 \times 1 \cdot \cancel{3} \times \cancel{2} \times 1} =$$

$$\frac{5 \times 4}{2 \times 1} = \frac{20}{2} = 10$$

A diferença entre um Arranjo e uma Combinação Simples está na relevância da ordem

1) De quantos modos distintos é possível organizar um time para jogar vôlei tendo a disposição 13 atletas que jogam em qualquer posição?

- a) 78
- b) 520
- c) 1.716
- d) 4.560

Cálculos:

2) Majur desenhou seis pontos distintos sobre um papel, no desenho **não** há três pontos alinhados. Qual é o número máximo de triângulos que podem ser formados com estes pontos?

- a) 6
- b) 18
- c) 20
- d) 42

Cálculos:

3) Numa caixa há giz de cor verde, azul, branco, amarelo, rosa, laranja e magenta. para a aula de matemática a professora sempre pega quatro giz de cores diferentes. Quantas combinações de cores são possíveis fazer?

- a) 3
- b) 21
- c) 35
- d) 840

Cálculos:

4) Para montar uma prova uma professora selecionou 10 questões do Enem relacionadas ao assunto “geometria espacial”. Porém, a prova deverá ser composta por apenas 5 questões devido ao tempo a aula. De quantas maneiras é possível elaborar provas com questões distintas?

- a) $\frac{10!}{10! \cdot 5!}$
- b) $\frac{10!}{10! - 5!}$
- c) $\frac{10!}{5! \cdot (10 - 5)!}$
- d) $\frac{10!}{5! \cdot (10! - 5!)}$

Cálculos:

5) Uma turma do Maneco vai fazer uma viagem para conhecer o museu da PUC em Porto Alegre. Para a viagem acontecer, três docentes precisam acompanhar a turma na viagem. Duas professoras e três professores indicaram interesse em acompanhar a turma, sendo assim a diretora vai fazer um sorteio para decidir quem irá na viagem. De quantas maneiras é possível levar 3 docentes acompanhando a turma?

- a) 3
- b) 6
- c) 10
- d) 18

Cálculos:

ATENÇÃO!

Respostas sem cálculos serão consideradas erradas.