ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO
8ª COORDENADORIA REGIONAL DE EDUCAÇÃO - SANTA MARIA – RS
COLÉGIO ESTADUAL MANOEL RIBAS
colegiomaneco@gmail.com - ssemaneco@gmail.com

PROFESSORES: Adriana B. Fortes (adriana-wfortes@educar.rs.gov.br)
Helga M. Pasinato (helga-dpasinato@educar.rs.gov.br)
Maria Joselaine Martins (maria-jmartins689@educar.rs.gov.br)
Paulo Cesar A. Santos (paulo-csantos185@educar.rs.gov.br)

ÁREA: Matemática e suas tecnologias **DISCIPLINA:** Matemática
SÉRIE: 1º Ano **ATIVIDADE REFERENTE AO MÊS:** Outubro/2020
NOME DO ALUNO:.. **TURMA:** ....

Aula Programada - Matemática 1º Ano

Função Quadrática - Parte 1

⇒ Definição de função quadrática

Uma função f, de $\mathbb{R} \to \mathbb{R}$, que a todo número $x \in \mathbb{R}$ associa o número ax^2+bx+c, com a, b e c reais, e $a \neq 0$, é chamada função quadrática.

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$$

$$y = ax^2 + bx + c \text{ ou } f(x) = ax + bx + c$$

Obs: Dizemos que a, b e c são os coeficientes da função.

Para que uma função seja quadrática, ela precisa ter pelo menos o termo com o coeficiente a.

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ou $f(x) = ax^2 + bx$ ou $f(x) = ax^2$

- **Exemplos:**

∗ $f(x) = x^2 + 4x + 3$, sendo que $a = 1$, $b = 4$ e $c = 3$

∗ $f(x) = 3x^2$, sendo que $a = 3$, $b = 0$ e $c = 0$

∗ $f(x) = x^2 + x$, sendo que $a = 1$, $b = 1$ e $c = 0$

∗ $f(x) = -2x^2 - 2$, sendo que $a = -2$, $b = 0$ e $c = -2$

⇒ Coeficientes da função quadrática

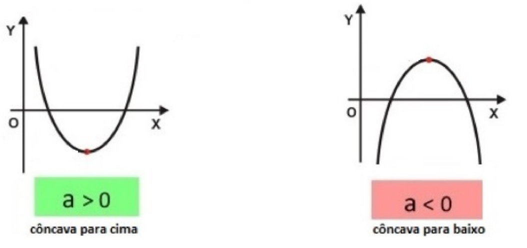
coeficiente a

$f(x) = ax^2 + bx + c$ ⇒ coeficiente c

coeficiente b

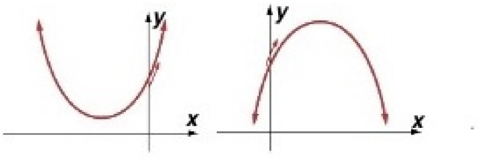
⇝ a indica a concavidade da parábola.

$$\begin{cases} a > 0 \text{ (positivo)} \Rightarrow \text{côncava para cima} \\ a < 0 \text{ (negativo)} \Rightarrow \text{côncava para baixo} \end{cases}$$

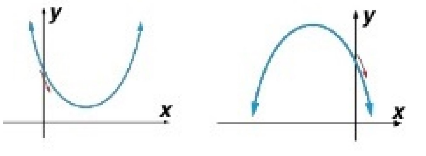


⇝ b indica se a parábola cruza o eixo y no ramo crescente ou decrescente da parábola.

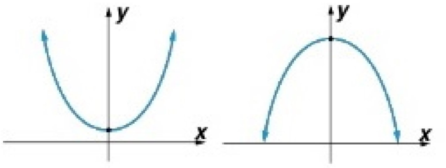
$$\begin{cases} b > 0 \text{ (positivo)} \Rightarrow \text{intersecta o eixo y no ramo crescente} \\ b < 0 \text{ (negativo)} \Rightarrow \text{intersecta o eixo y no ramo decrescente} \\ b = 0 \text{ (zero)} \Rightarrow \text{intersecta o eixo y no vértice} \end{cases}$$



$b > 0 \Rightarrow$ ramo crescente

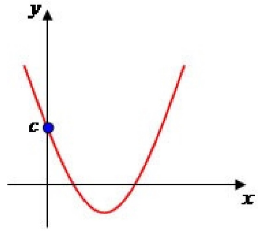


$b < 0 \Rightarrow$ ramo decrescente



$b = 0 \Rightarrow$ intersecta o eixo y no vértice

⇝ c valor numérico onde o gráfico intersecta (corta) o eixo y.



⇒ Zeros da função

Os zeros de uma função quadrática correspondem aos pontos em que a parábola corta o eixo x, ou seja, são os valores reais de x para os quais a função $f(x) = ax^2 + bx + c$ se anula ($f(x) = 0$).
Dessa forma, para obtermos os zeros de uma função quadrática, atribuímos o valor 0 (zero) para $f(x)$ e resolvemos a equação do 2º grau $ax^2 + bx + c = 0$.

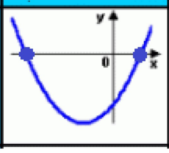
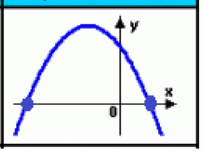
$$\boxed{f(x) = 0 \Rightarrow ax^2 + bx + c = 0 \dashrightarrow \text{equação do 2º grau}}$$

Existem algumas maneiras de determinar os zeros da função quadrática, mas utilizaremos a fórmula de Bhaskara $x = \dfrac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2a}$ em que $\Delta = b^2 - 4ac$.

De acordo com os valores de Δ (delta), temos três casos possíveis:

⇝ **1º CASO:** $\Delta > 0$ (delta maior que zero) ⇒ a equação tem duas raízes reais e distintas: $x_1 \neq x_2$.

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{\Delta}}{2a} \text{ e } x_2 = \frac{-b - \sqrt{\Delta}}{2a}$$

delta Δ	a parábola no plano cartesiano	a > 0 concavidade para cima	a < 0 concavidade para baixo
Δ > 0	corta o eixo horizontal em dois pontos		

- **Exemplo:** Determine os zeros da função $f(x) = -x^2 + 2x + 3$.

$$f(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x + 3 = 0$$

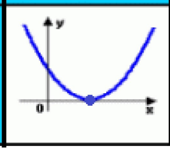
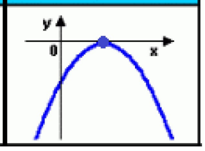
Resolvendo a equação:

$$\Delta = (2)^2 - 4.(-1).3 = 16 > 0$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{16}}{2.(-1)} = \frac{-2 \pm 4}{-2} \Rightarrow \underbrace{x_1 = -1 \text{ e } x_2 = 3}_{\text{os zeros de } f}$$

⇝ **2º CASO:** $\Delta = 0$ (delta igual a zero) ⇒ a equação tem duas raízes reais e iguais: $x_1 = x_2$.

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{0}}{2a} \Rightarrow x_1 = x_2 = -\frac{b}{2a}$$

delta Δ	a parábola no plano cartesiano	a > 0 concavidade para cima	a < 0 concavidade para baixo
Δ = 0	toca em um ponto o eixo horizontal		

- **Exemplo:** Determine os zeros da função $f(x) = x^2 - 4x + 4$.

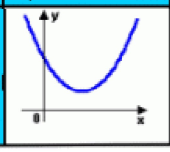
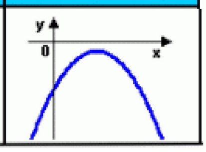
$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 4x + 4 = 0$$

Resolvendo a equação:

$$\Delta = (-4)^2 - 4.1.4 = 0$$

$$x = \frac{-(-4) \pm \sqrt{0}}{2.1} = \frac{4 \pm 0}{2} \Rightarrow \underbrace{x_1 = x_2 = 2}_{\text{os zeros de } f}$$

⇝ **3º CASO:** $\Delta < 0$ (delta menor que zero) ⇒ a equação não apresenta raízes reais, pois $\sqrt{\Delta} \notin \mathbb{R}$, ou seja, a função não tem zero real e a parábola não corta o eixo x.

delta Δ	a parábola no plano cartesiano	a > 0 concavidade para cima	a < 0 concavidade para baixo
Δ < 0	não corta o eixo horizontal		

- **Exemplo:** Determine os zeros da função $f(x) = x^2 - 2x + 2$.

$$f(x) = 0 \Rightarrow x^2 - 2x + 2 = 0$$

Resolvendo a equação:

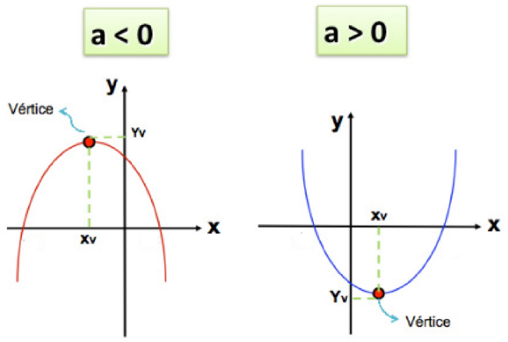
$$\Delta = (-2)^2 - 4.1.2 = -4 < 0$$

Como $\Delta < 0$, a equação não possui raízes reais.

⇒ Vértice da função quadrática:

O vértice da parábola correspondente ao gráfico de f é o ponto (x_v, y_v) em que:

$$x_v = -\frac{b}{2a} \qquad y_v = -\frac{\Delta}{4a}$$



ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO
8ª COORDENADORIA REGIONAL DE EDUCAÇÃO - SANTA MARIA – RS
COLÉGIO ESTADUAL MANOEL RIBAS
colegiomaneco@gmail.com - ssemaneco@gmail.com

PROFESSORES: Adriana B. Fortes (adriana-wfortes@educar.rs.gov.br)
Helga M. Pasinato (helga-dpasinato@educar.rs.gov.br)
Maria Joselaine Martins (maria-jmartins689@educar.rs.gov.br)
Paulo Cesar A. Santos (paulo-csantos185@educar.rs.gov.br)

ÁREA: Matemática e suas tecnologias **DISCIPLINA:** Matemática
SÉRIE: 1º Ano **ATIVIDADE REFERENTE AO MÊS:** Outubro/2020
NOME DO ALUNO:... **TURMA:** ....

Aula Programada - Matemática 1º Ano

Função Quadrática - Parte 2

Exercícios:

1. Identifique quais das funções $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ abaixo são quadráticas.

   (a) $f(x) = x^3 = 2x^2 + x + 2$
   (b) $f(x) = 2^x + 5x + 8$
   (c) $f(x) = x^2 + 3$
   (d) $f(x) = x(4x + 5) - 1$
   (e) $f(x) = 4x + 3^2$
   (f) $f(x) = \frac{1}{x^2} + 6$

2. Para cada item, escreva uma função quadrática na forma $f(x) = ax^2 + bx + c$, de acordo com os valores dos coeficientes a, b e c.

   (a) $a = 4$, $b = 1$ e $c = 2$ $\Rightarrow$ $f(x) = 4x^2 + 1x + 2$
   (b) $a = 2$, $b = -3$ $c = 0$ $\Rightarrow$
   (c) $a = -5$, $b = 4$ $c = -1$ $\Rightarrow$
   (d) $a = -1$, $b = 0$ $c = -3$ $\Rightarrow$

3. Dada a função $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definida por $f(x) = x^2 + 5x + 6$. Determine:

   (a) $f(4)$ $\Rightarrow$ $f(4) = (4)^2 + 5.(4) + 6$
   $= 16 + 20 + 6$
   $= 42$
   (b) $f(0)$ $\Rightarrow$
   (c) $f(2)$ $\Rightarrow$
   (d) $f(-1)$ $\Rightarrow$

4. Quanto aos zeros das funções quadráticas, verifique em cada uma das funções abaixo, se possui dois zeros iguais, dois zeros diferentes ou não possuei zero. Para isso, basta encontrarmos o valor do Δ (delta).

   (a) $f(x) = x^2 + 5x$ $\Rightarrow$ $a = 1$ $b = 5$ $c = 0$

   $\Delta = b^2 - 4.a.c$
   $\Delta = (5)^2 - 4.1.0$
   $\Delta = 25 - 0$
   $\underbrace{\Delta = 25} \to \Delta > 0$
   delta maior que zero, logo possui dois zeros diferentes

   (b) $f(x) = 3x^2 + 6x + 4$
   (c) $f(x) = x^2 + x - 1$
   (d) $f(x) = x^2 - 2x + 1$
   (e) $f(x) = x^2 + 2$

5. Determine, se existirem, os zero das funções quadráticas a seguir:

(a) $f(x) = -x^2 + 2x + 8$

Igualar a função a zero: $f(x) = 0 \Rightarrow -x^2 + 2x + 8 = 0$

Coeficientes: $a = -1$ $b = 2$ $c = 8$

Delta:

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

$\Delta = (2)^2 - 4.(-1).8$

$\Delta = 4 + 32 = 36 > 0$

Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$$x = \frac{-2 \pm \sqrt{36}}{2.(-1)} = \frac{-2 \pm 6}{-2} \Rightarrow$$

$$x_1 = \frac{-2+6}{-2} = \frac{4}{-2} = -2$$

$$x_2 = \frac{-2-6}{-2} = \frac{-8}{-2} = 4$$

$x_1 = -2$ e $x_2 = 4$

(b) $f(x) = x^2 + 4x + 5$

Igualar a função a zero: $f(x) = 0 \Rightarrow$

Coeficientes: $a =$ $b =$ $c =$

Delta:

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

$\Delta =$

Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$x =$

(c) $f(x) = x^2 - 3x$

Igualar a função a zero: $f(x) = 0 \Rightarrow$

Coeficientes: $a =$ $b =$ $c =$

Delta:

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

$\Delta =$

Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$x =$

(d) $f(x) = x^2 - 8x + 16$

Igualar a função a zero: $f(x) = 0 \Rightarrow$

Coeficientes: $a =$ $b =$ $c =$

Delta:

$\Delta = b^2 - 4.a.c$

$\Delta =$

Bhaskara:

$$x = \frac{-b \pm \sqrt{\Delta}}{2.a}$$

$x =$