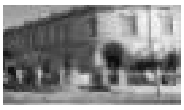


ESTADO DO RIO GRANDE DO SUL
SECRETARIA DA EDUCAÇÃO
SANTA MARIA – RS
8ª COORDENADORIA REGIONAL DE EDUCAÇÃO
COLÉGIO ESTADUAL MANOEL RIBAS

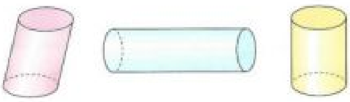
PROFESSOR(s): José Pedro de Carvalho (jose-pcarvalho@educar.rs.gov.br) e Tânia Beatriz Eich (tania-beich@educar.rs.gov.br)
ÁREA: Matemática e suas Tecnologias / DISCIPLINA: Matemática / Série: 3º Ano
NOME DO ALUNO: ____ TURMA:__________
ATIVIDADE REFERENTE AO MÊS DE OUTUBRO - 2020

ASSUNTO: Corpos redondos: Cilindros.

ROTINA DE ESTUDOS:
1) Primeiro assista o vídeo que aborda o conteúdo de cilindros.
1 https://youtu.be/rpbFsCa7D4E Assista quantas vezes forem necessárias.
2) Depois de estudar também o material abaixo, faça a avaliação, e cuide a **data da entrega**. Essa atividade corresponde à **primeira quinzena de outubro de 2020**. Bons estudos e ótimo trabalho.

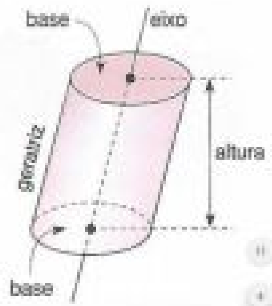
CILINDRO:

Considere os sólidos abaixo:



Exemplos de cilindros:

Observe que cada um deles possui duas regiões paralelas na forma de círculos congruentes e uma superfície arredondada. A esses tipos de sólidos dá-se o nome de cilindros circulares, que chamamos simplesmente de cilindros.



Em um cilindro, as duas regiões circulares paralelas são chamadas de **bases** do cilindro e as distâncias entre elas é chamadas de **altura** do cilindro. A reta que passa pelos centros das bases é chamada de **eixo** do cilindro. Todo segmento de reta paralelo ao eixo com extremidades pertencentes às circunferências das bases é chamado de **geratriz** do cilindro. Veja esses elementos na figura ao lado:

Classificação dos cilindros:

Cilindro circular reto é todo cilindro que tem as geratrizes perpendiculares aos planos das bases. O cilindro reto também é conhecido por cilindro de revolução pois pode ser obtido girando-se em 360º uma região retangular em torno de um eixo.

Observações:

- Se a geratriz e o diâmetro da base de um cilindro reto tem a mesma medida, ele é chamado de **cilindro equilátero.**
- Todo cilindro que não é reto é chamado e **cilindro oblíquo**.

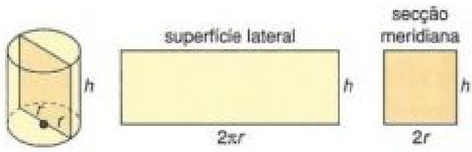
Secção meridiana de um cilindro:

Chamamos de secção meridiana de um cilindro à intersecção dele com um plano que contém o seu eixo. A secção meridiana de um cilindro oblíquo é um paralelograma; A secção meridiana de um cilindro reto é um retângulo; A secção meridiana de um cilindro equilátero é um quadrado.

Área da base, área lateral e área total de um cilindro reto:

Área da base: $A_b = \Pi r^2$ Área lateral: $A_l = 2 \Pi r^2$ Área total: $A_t = 2 \Pi rh + 2.(\Pi r^2) \Rightarrow A_t = 2 \Pi r.(h+r)$

Ex: Calcular a área total de um cilindro equilátero que tem 100Π cm² de área lateral.
Resolução: Como o cilindro é equilátero, a altura é o dobro da medida do raio, ou seja, $h = 2r$
Cálculo da medida do raio da base e da altura do cilindro, em centímetros:



$$\left.\begin{array}{l} A_\ell = 100\pi \\ A_\ell = 2\pi r h \end{array}\right\} \Rightarrow 2\pi r h = 100\pi \Rightarrow rh = 50 \Rightarrow r \cdot 2r = 50 \Rightarrow r^2 = 25 \Rightarrow r = 5$$

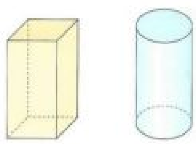
$$h = 2r \Rightarrow h = 2 \cdot 5 \Rightarrow h = 10$$

Cálculo da área total, em cm²:

$$A_t = 2\pi r h + 2 \cdot (\pi r^2) \Rightarrow A_t = 2 \cdot \pi \cdot 5 \cdot 10 + 2 \cdot \pi \cdot 25 \Rightarrow A_t = 100\pi + 50\pi \Rightarrow A_t = 150\pi$$

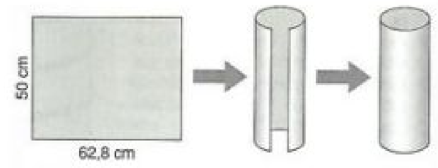
Volume de um cilindro:

Considere um prisma reto e um cilindro reto, ambas com a mesma área da base e com mesma altura. Vimos que o volume de um prisma é dado por V = Ab.h. da mesma forma, o volume do cilindro será V = Ab.h. O que muda apenas é o modo de calcular a área da base. Logo, o volume do cilindro será dado por $V = \Pi r^2 h$.



Exemplo:

A figura mostra uma folha de zinco que, depois de ser curvada, soldada e de colado fundo, deu origem a um recipiente cilíndrico. Vamos determinar a capacidade, em litros, desse recipiente, usando $\Pi = 3{,}14$



Observando a folha de zinco, notamos que a superfície lateral deste recipiente é uma região retangular de dimensões 62,8 cm ($2\Pi r$) e 50 cm (h).

Daí temos:

$$2\pi r = 62{,}8 \Rightarrow r = \frac{62{,}8}{2\pi} \Rightarrow r = 10 \text{ cm} = 1 \text{ dm}$$
$$h = 50 \text{ cm} = 5 \text{ dm}$$

Assim, o volume, em dm^3, é dado por:

$$V_{cilindro} = \pi \cdot r^2 \cdot h = 3{,}14 \cdot (1)^2 \cdot 5 = 15{,}7$$

Recorde
$1 \text{ dm}^3 = 1.000 \text{ cm}^3$
$1 \text{ dm}^3 = 1$ litro

Então, a capacidade do recipiente é $15{,}7 dm^3$, ou seja, 15,7 litros.

Resolva os exercícios:

1. Determine a área lateral e a área total de um cilindro reto que tem 7,5cm de altura e 6cm de diâmetro. 2. Uma lata tem a forma de um cilindro circular reto com 4cm de raio. Contorna-se totalmente a lata com um rótulo de modo que suas partes não se sobreponham. Se o rótulo tem 120 Π cm² de área, determine: a) A altura da lata; b) A área da base da lata.

3. A figura ao lado representa um tambor, desses que são usados no transporte de óleo. O raio de sua base mede 30cm e a altura, 85cm. Qual o custo do material utilizado na sua confecção (desprezando as perdas), sabendo que o metro quadrado custa R$ 100,00?

4. A altura e o raio de um cilindro reto tem a mesma medida. Sabendo-se que a área total desse cilindro é 75cm², calcule:

a) A medida do raio; b) A área lateral.

5. Determine, aproximadamente, quantos cm² de alumínio são necessários para fabricar uma lata de refrigerante de forma cilíndrica, com 6,5cm de diâmetro nas bases e 11,5 cm de altura. Lembre-se: Π=3,14. 6. Um cilindro equilátero tem 10cm de raio. Qual é o seu volume?

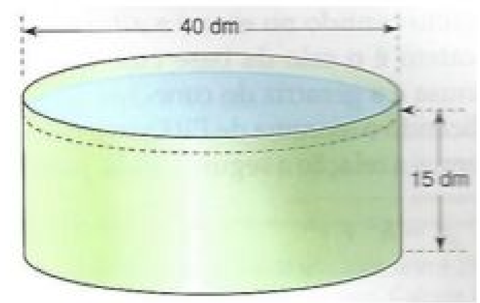
7. Uma lata de refrigerante tem a forma cilíndrica, com 8cm de diâmetro e 15cm de altura. Quantos ml de refrigerante cabem nesta lata?

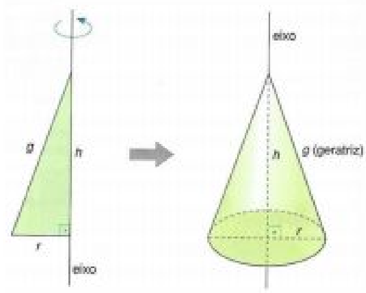
8. Encontre o volume de um cilindro reto quando:

a) O raio da base mede 10 dm e a altura é 15 dm; b) Quando a altura é 6m e a área lateral é 12 Π m²;
c) Ele é equilátero e a área da secção meridiana é 400cm².

9. Um tanque tem a forma cilíndrica. O raio da base mede 3,2m e a altura é 5m. Quantos litros de água este tanque comporta?

10. A figura mostra uma piscina com água até o nível indicado. A cada 400 litros de água, serão adicionados 20 gramas de um certo produto químico. Determine quantos gramas de produto deverão ser colocados.



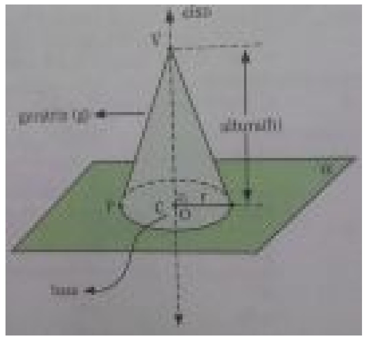


Cone:

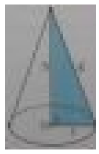
Denomina-se cone reto, ou de revolução, o sólido obtido quando giramos em torno de uma reta uma região triangular cujo contorno é um triângulo retângulo.

Elementos de um cone:

- O círculo C é a base do cone e seu raio r é chamado o raio do cone.
- A distância entre o vértice V e o plano α é a altura do cone, e sua medida é expressa
  por h.
- A reta que passa pelo vértice V e o centro O da base chama-se eixo do cone.
- Se P é um ponto da circunferência da base, então o segmento VP é chamado geratriz (g).



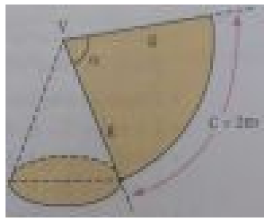
Observa-se que num cone reto, pelo teorema de pitágoras, pode-se estabelecer a seguinte relação: $g^2 = h^2 + r^2$



Áreas e volume do cone circular reto

Área da base: Como a base é um círculo, temos: $Ab = \Pi r^2$.

Área lateral: A figura ao lado nos mostra o desenvolvimento num plano da superfície
lateral de um cone circular reto. Observamos que o desenvolvimento num plano da superfície lateral do cone resultou num setor circular de raio g e cujo arco tem um comprimento $C=2\Pi r$. Assim, temos:



Área do setor = comprimento . raio / 2 Área lateral = área do setor Área lateral = área do setor

Como no cone comprimento é igual a $2\Pi r$ e raio é = a g, temos:

$$S_l = \frac{2\pi r \cdot g}{2} \Rightarrow S_l = \pi r g$$

Área total:

$At = Ab+Al$

$At = \Pi rg + \Pi r^2$

$At = \Pi r (g+r)$

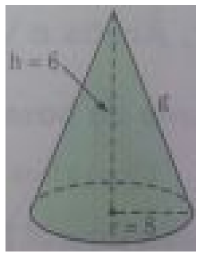
Volume:

$V = ⅓$ (área da base).(medida da altura)

$V = ⅓ \Pi r^2 h$

Exemplos:

Seja um cone circular reto de raio 8cm e altura 6cm. Calcular a área lateral e a área total e o volume do cone.



Dados:

h = 6cm

r = 8cm

- Cálculo da geratriz (g)

$g^2 = h^2+r^2 \Rightarrow g^2 = 6^2 + 8^2 \Rightarrow g^2 = 100 \Rightarrow g = 10$

- Cálculo da área lateral (Al)

$Al = \Pi rg \Rightarrow \Pi .8.10 \Rightarrow Al = 80 \Pi cm^2$

- Cálculo da área da base (Ab)

$Ab = \Pi r^2 \Rightarrow Ab = \Pi .8^2 \Rightarrow Ab = 64 \Pi cm^2$

- Cálculo da área total (At)

$At = Ab + Al \Rightarrow At = 64 \Pi + 80 \Pi \Rightarrow At = 144 \Pi cm^2$

- Cálculo do volume (V)

$V = ⅓ \Pi r^2.h \Rightarrow V = ⅓. \Pi .8^2.6 \Rightarrow V= 128 \Pi cm^3$

Esfera:

A foto ao lado mostra uma bola de madeira, que lembra um sólido que chamamos de esfera.

A “casca” de uma esfera é denominada de superfície esférica.

Considerando um segmento de reta de comprimento r e um ponto O, podemos dizer que esfera é o conjunto de todos os pontos do espaço cuja distância ao ponto O é menor ou igual a r. O ponto O é chamado de centro da esfera e r é a medida do seu raio.

Uma esfera pode ser obtida pela rotação completa de um semicírculo em torno de seu diâmetro.

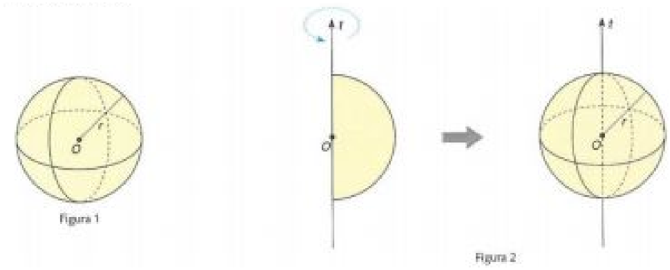


Figura 1 Figura 2

Área da superfície esférica: $A = 4\pi r^2$

Volume da esfera: $V = 4/3\,\pi r^3$

Ex: Calcular o volume e a área de uma superfície esférica de raio = 6cm

$A = 4\pi r^2$ $V = 4/3\,\pi r^3$

$A = 4.\pi.6^2$ $V = 4/3\,\pi.6^3$

$A = 144\pi cm^2$ $V = 288\pi cm^3$

Resolva os exercícios:

1. A geratriz de um cone circular reto mede $5\sqrt{2}cm$. Se a altura do cone mede 7m, calcule a medida do raio da base.
2. Seja um cone circular de raio 18 cm e de altura 24cm. Calcule a medida da geratriz, a área lateral e a área total do cone.
3. Calcule a área lateral e a área total de um cone equilátero de raio 4cm. (Um cone se diz equilátero quando g = 2r).

4. Um cone circular reto tem 12 cm de altura e 13cm de geratriz. Calcule o volume deste cone. 5. Qual é o volume de sorvete que cabe dentro de um copinho de forma cônica? (Casquinha), sabendo que o diâmetro do copinho é 6cm e sua altura é 10cm?

6. O volume de um cone circular reto é $18\pi cm^3$. A altura do cone é igual ao diâmetro da base. Quanto mede a altura desse cone?
7. Calcule a área de uma superfície esférica de raio igual a 3cm.
8. Sabendo que a área de uma superfície esférica é $8\pi cm^2$, calcule o raio da esfera.
9. Calcule o volume de uma esfera de raio 9 cm.

10. Calcule, aproximadamente, a capacidade em ml do recipiente indicado na figura.

Adote π=3,14.